

## Cubo simples: dispositivo para obtenção de tensões cisalhantes em materiais anisotrópicos

Natanael Geraldo e Silva Almeida, [natanaelgsa@gmail.com](mailto:natanaelgsa@gmail.com)

Diogo Azevedo de Oliveira, [diogo.oliveira23@hotmail.com](mailto:diogo.oliveira23@hotmail.com)

Klaus Higor dos Santos Silva, [klaushigor@yahoo.com.br](mailto:klaushigor@yahoo.com.br)

Ayrton Hugo de Andrade e Santos, [ayrtonhugo@pucminas.br](mailto:ayrtonhugo@pucminas.br)

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Rua Rio Comprido, 4.580, Prédio 2 – CEP 32010-025 - Contagem /MG

**RESUMO:** Em análises de estruturas é comum a necessidade de determinação das tensões de cisalhamento. A determinação destas tensões pode ser feita através de ensaios de torção pura, que requerem muito controle na realização. A determinação destas tensões se torna ainda mais complexa tratando-se de materiais anisotrópicos, como à madeira. Tendo como referência a proposta feita por Seichepine e alterada posteriormente por Berard, este trabalho apresenta uma contribuição ao processo de fabricação do dispositivo de cubo simples, utilização para determinar as tensões cisalhantes em materiais anisotrópicos. Os testes do equipamento foram realizados com corpos de prova em madeira. Para a confecção do dispositivo foram utilizados tornos e centro de usinagem de Comando Numérico Computadorizado (CNC), serra de fita, furadeira de coluna e diversas ferramentas. O trabalho apresenta a metodologia utilizada na fabricação do dispositivo, modelamento e simulação por software. Os resultados do uso do dispositivo são apresentados ao final demonstrando a sua funcionalidade.

**PALAVRAS-CHAVE:** Cisalhamento, Cubo simples, Usinagem

**ABSTRACT:** Determining the shear stresses is a common need in structure analyses. The determination of these strains can be achieved by testing raw torque, which requires a significant amount of control in the procedure. The determination of these tensions becomes even more complex in the case of anisotropic materials. Referring to the proposal made by Seichepine and later modified by Berard, this study presents a contribution to the manufacture of simple cube utilization device method for determining the shear stresses in anisotropic materials. The tests were performed with the equipment specimens in wood. To manufacture the device lathes, machining center of Computerized Numerical Control (CNC), band-saw, drill column and various tools were used. The study presents the methodology used in the device fabrication, modeling and simulation software and results from the use of the device, thus demonstrating its functionality.

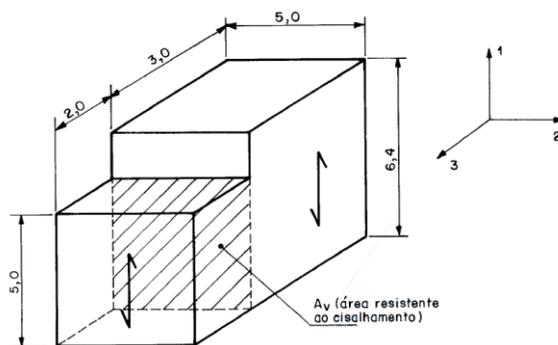
**KEYWORDS:** Shear, simple Cube, Machining

### INTRODUÇÃO

A determinação das tensões de cisalhamento em materiais anisotrópicos é muito complexa e limitada. A ASTM D 143 (1981), por exemplo, especifica testes de cisalhamento para elementos de madeira, onde o corpo de prova é um bloco cúbico com seções do corpo de prova, na forma de degrau. De acordo com a especificação desta norma, para a realização do ensaio, o degrau é fixado ao suporte da máquina de ensaio e a outra parte do corpo de prova é cortada por um atuador. Uma vez que são introduzidas tensões normais perpendiculares ao plano de cisalhamento, além das tensões cisalhantes, este ensaio não permite que seja possível determinar diretamente a tensão cisalhante atuante (Fig. 1).

Com o objetivo de solucionar problemas similares ao apresentado e obter diretamente de um ensaio, a tensão cisalhante atuante em materiais anisotrópicos, Seichepine (1980) desenvolveu um novo dispositivo de ensaio, que posteriormente foi melhorado por Berard et al. (2006). O dispositivo de ensaio para o cisalhamento, chamado *dispositivo de cubo simples*, fornece um campo de cisalhamento homogêneo onde ocorrem

tensões de cisalhamento puro, facilitando assim as medições destas tensões em materiais anisotrópicos.



**Figura 1.** Corpo de prova padrão para ensaio de cisalhamento convencional

Neste trabalho, este dispositivo foi modelado, simulado, confeccionado e testado, demonstrando a sua praticidade e eficiência. O processo de fabricação é detalhado juntamente com a teoria envolvida para a determinação das tensões.

## REVISÃO BIBLIOGRAFICA

Em função da dificuldade de determinar tensões cisalhantes em materiais anisotrópicos, Seichepine em 1980 desenvolveu um novo dispositivo aplicável para obter tais tensões. Esse dispositivo (Fig. 2 e Fig. 3), que utiliza corpos de prova cúbicos para determinar as propriedades elásticas dos sólidos anisotrópicos, foi testado por diversos pesquisadores, como Vittecoq et al. (2001). Nesses ensaios foram determinados os planos de tensão de cisalhamento paralelo às faces dos corpos de prova constituídos de compósitos de fibra de vidro.

No entanto, foi Berard et al. em 2006, que introduziu modificações significativas ao método desenvolvido por Seichepine (1980). No estudo de Berard et al. (2006), uma análise utilizando elementos finitos no dispositivo original demonstrou que as tensões atuantes não eram suficientemente homogêneas na região onde as tensões cisalhantes eram medidas. Com as alterações propostas o dispositivo de cubo simples, passou a fornecer um campo de cisalhamento mais homogêneo sobre uma área maior no corpo de prova, como comprovados por Berard et al. (2006) e Hassel et al. (2009)

De acordo com a proposta feita por Berard et al. (2006), o dispositivo é formado por cinco pares de peças (A, B, C, D e E) conforme representado na Figura 2. Para solicitar o dispositivo, uma carga de compressão é aplicada por deslocamento da cabeça da máquina de ensaio a uma das peças móveis do dispositivo (A). Este carregamento é então transmitido ao corpo de prova como forças de cisalhamento por meio das peças (B). Os cilindros (E) são utilizados para facilitar o alinhamento do conjunto. Devido à geometria do dispositivo existe um ângulo de  $31^\circ$  entre a direção da força  $F$  exercida pela máquina e a direção da aresta do corpo de prova, sendo assim a força de corte que atua no corpo de prova é a componente da carga  $F$ , sendo ela  $F \times \cos 31^\circ$ . Esta componente é transmitida através dos cilindros D mantendo uma distância constante 40 mm entre as garras superior e inferior C.

A inclinação de  $31^\circ$  foi definida em função do trabalho de Hassel et al (2009). No entanto, este ângulo poderia ser escolhido entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$  como sugerido por Cowin (1979), sendo necessário somente observar a centralidade dos esforços.

### Tensões cisalhantes

Para determinar a tensão cisalhante no plano de simetria um material ortotrópico, Cowin (1979) deduziu uma expressão utilizando a teoria de Tsai-Wu, utilizando o sistema de coordenadas e a notação apresentada na Figura 4.

Considerando a tensão cisalhante ( $\tau_\theta$ ) atuando no plano 1-2, conforme apresentado na Figura 5, uma vez que este é o plano de simetria do material, a força de cisalhamento deve permanecer a mesma, se o sentido

de ( $\tau_\theta$ ) for invertido. Assim, a teoria da resistência sugerida Tsai e Wu apud Liu et al. (1984) não pode conter o termo linear de  $\tau_\theta$  se restringindo à Eq. (1).

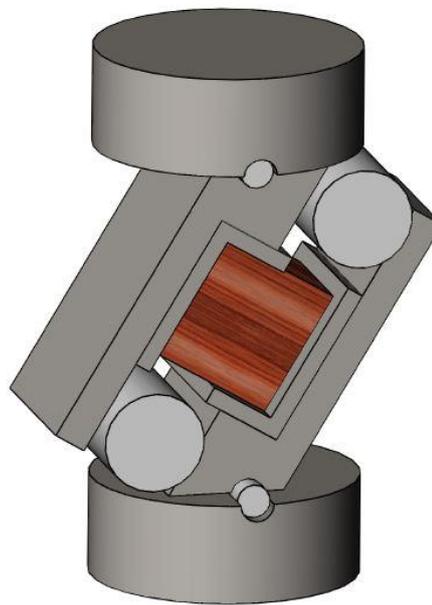


Figura 2. Modelamento do dispositivo

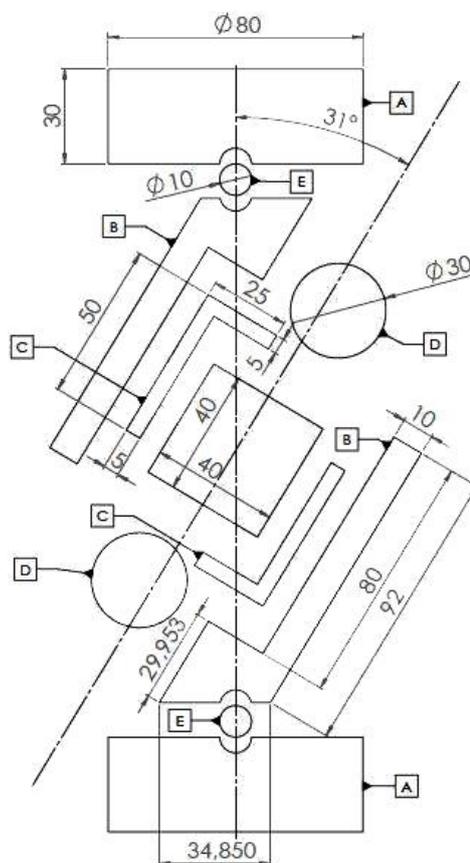


Figura 3. Dispositivo cubo simples, explodido e detalhado

$$F'_{44} \bar{\tau}_\theta^2 = 1 \quad (1)$$

onde  $\bar{\tau}_\theta$  é a resistência ao cisalhamento sobre o plano  $\theta$ , e  $F'_{44}$  é uma componente do tensor de resistência do quadrante oposto. Como mostrado em Tsai e Wu apud Liu et al. (1984),  $F'_{44}$  pode ser transformado em termos de  $\theta$  como apresentado na Eq. (2):

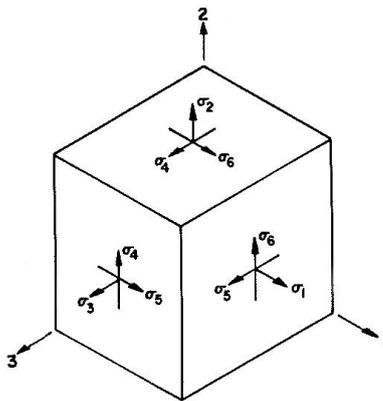


Figura 4. Tensões normais e de cisalhamento positivos, Liu et al. (1984)

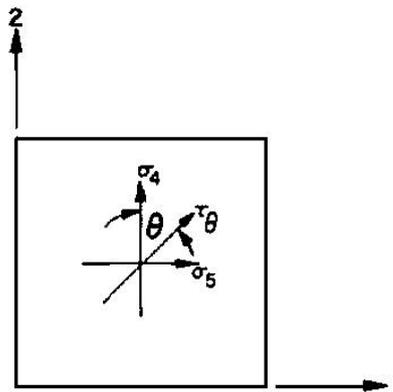


Figura 5. Tensões de cisalhamento no plano 1-2, Liu et al. (1984)

$$F'_{44} = \frac{F_{44}(1 + \cos 2\theta)}{2} + \frac{F_{55}(1 - \cos 2\theta)}{2} \quad (2)$$

$$F'_{44} = F_{44} \cos^2 \theta + F_{55} \sin^2 \theta$$

onde  $F_{44}$  e  $F_{55}$  são componentes de um tensor de resistência, associado com o quadrado de  $\sigma_4$  e  $\sigma_5$ , respectivamente.

Substituindo a Eq. (2) na Eq. (1) obtém-se a Eq. (3)

$$\bar{\tau}_\theta^2 = \frac{1}{F_{44} \cos^2 \theta + F_{55} \sin^2 \theta} \quad (3)$$

Sabendo que  $\bar{\sigma}_4$  e  $\bar{\sigma}_5$  são forças de cisalhamento que correspondem às tensões de cisalhamento  $\sigma_4$  e  $\sigma_5$ ,

respectivamente, tem-se que para  $\theta = 0$ ,  $\bar{\tau}_\theta = \bar{\sigma}_4$  e  $F'_{44} = 1/\bar{\sigma}_4^2$  e para  $\theta = \pi/2$ ,  $\bar{\tau}_\theta = \bar{\sigma}_5$  e  $F'_{55} = 1/\bar{\sigma}_5^2 = \pi/2$ . Assim, a Eq. (3) pode ser reduzida na Eq. (4)

$$\bar{\tau}_\theta^2 = \frac{\bar{\sigma}_4^2 \bar{\sigma}_5^2}{\bar{\sigma}_5^2 \cos^2 \theta + \bar{\sigma}_4^2 \sin^2 \theta} \quad (4)$$

Este resultado está de acordo com a fórmula obtida por Cowin, onde o quadrado da tensão ao cisalhamento segue o critério de resistência de Hankinson.

A Equação (4) serve para determinar as tensões de cisalhamento que atuam em qualquer plano de simetria do material. Em função do ângulo que pode variar de  $\theta = 0$  até  $\theta = 90^\circ$  (Fig. 6).

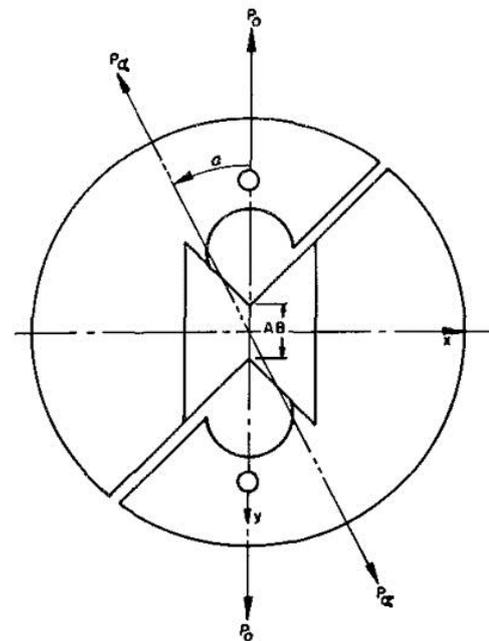


Figura 6. Tensões cisalhantes no plano de simetria Liu and Floeter (1984)

## METODOLOGIA

Para o desenvolvimento do dispositivo, o mesmo foi simulado no software *SolidWorks* versão 2012 sendo definido as dimensões das peças (Fig. 3).

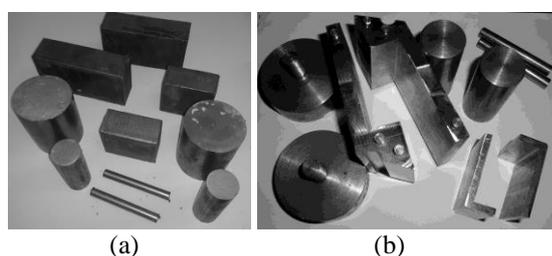
Para a confecção das peças os seguintes equipamentos foram utilizados:

- Torno convencional Imor modelo oficina 650 e Torno CNC Trevis modelo TR-1;
- Centro de usinagem CNC Trevis modelo M-800;
- Fresa Mitsubishi  $\phi 63\text{mm}$  modelo ASX400063A05R e Fresa de topo esférico  $\phi 10\text{mm}$

Para a fabricação do dispositivo foram adquiridos tarugos de aço 1045 cortados para cada peça com sobre metal (Fig. 7a). As peças D e E (Fig. 3) foram trabalhadas no torno convencional, de modo a atingir o comprimento definido.

As peças *A* (Fig. 3) foram usinadas no torno CNC, sendo feito o desbaste e posteriormente a rosca. Com o auxílio de prismas, essas peças foram afixadas na morsa do centro de usinagem e efetuado o rasgo com a fresa de topo esférico.

Já as peças *B* e *C* (Fig. 3) foram confeccionadas no centro de usinagem utilizando uma fresa  $\phi 63\text{mm}$ . Inicialmente estas peças foram deixadas na forma de paralelepípedo, com dimensões superiores ao projeto. Foi realizado o faciamento de uma das laterais para ajuste desta face usinada no mordente fixo da morsa, de modo a garantir a perpendicularidade desta face com a próxima a ser usinada. Este processo foi repetido até que todas as faces ficassem perpendiculares entre si e que houvesse o paralelismo entre as faces opostas (Fig 7b).



**Figura 7.** Elementos: (a) Material bruto; (b) Peças usinadas

Após esta fase, as peças *B* e *C* foram usinadas com os mesmos equipamentos para atingir seu formato final tipo “L”. Para que as peças *B* atingisse o ângulo de inclinação definido, elas foram presas à morsa com a ajuda de um goniômetro. Estando a peça presa efetuou-se o rasgo com a fresa de topo esférico  $\phi 10\text{mm}$ . Ao término deste processo foram confeccionados pinos para afixação de anel de borracha, no torno convencional.

Todo o procedimento descrito acima foi efetuado a uma velocidade de corte constante (150 m/min – metro por minuto) obtida em tabela levando em consideração o material utilizado (aço 1045).

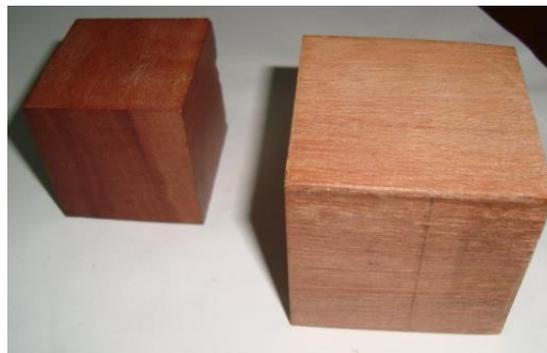
A ferramenta utilizada foi constituída de pastilhas de metal duro e a rotação para a fresa de  $\phi 63\text{mm}$  foi calculado em 758 RPM e para a fresa de  $\phi 10\text{mm}$  foi calculado em 1500 RPM.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para avaliar a eficiência do dispositivo confeccionado foram produzidos corpos de prova em madeira parajú. Os corpos de prova cúbicos possuíam arestas de  $40\text{ mm} \pm 0,5\text{mm}$  e de  $50\text{ mm} \pm 0,5\text{mm}$  (Fig.8). Estes corpos de prova foram produzidos utilizando como referência a direção longitudinal da madeira. Para garantir a perpendicularidade das faces do cubo, esses elementos foram usinados no torno CNC.

Três corpos de prova de cada tamanho foram ensaiados na Máquina Universal EMIC, modelo DL 20000 (Fig. 9). A carga máxima aplicada foi de 900 N, sendo a

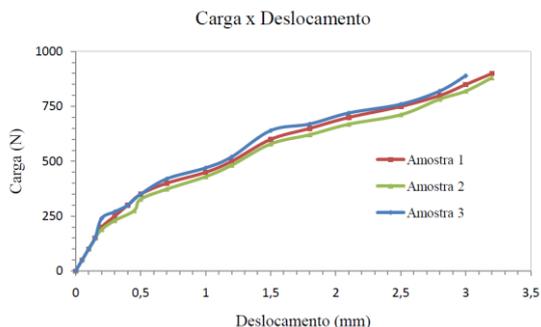
velocidade de aplicação da carga  $0,5\text{ mm/min}$ . Os deslocamentos dos corpos de prova foram avaliados em função do deslocamento da cabeça do atuador (Fig. 10). O carregamento de compressão foi aplicado aos elementos de fixação, causando uma ação cisalhante nas garras, que conseqüentemente gerou uma deformação cisalhante na região central do corpo de prova.



**Figura 8.** Corpos de prova 40 mm e 50 mm



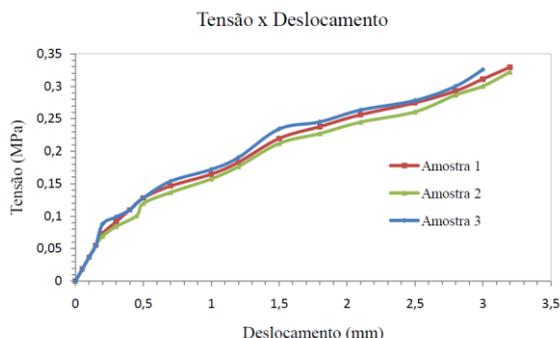
**Figura 9.** Dispositivo de cubo simples



**Figura 10.** Carga e Deslocamentos obtidos pelo dispositivo de cubo simples para os corpos de prova de aresta de 50 mm ± 0,5mm.

A Figura 10 demonstra uma boa concordância dos resultados para os três corpos de prova, sendo observada uma acomodação inicial para os primeiros carregamentos. A fim de calcular as tensões cisalhantes atuantes, utilizou-se a Eq. (5), onde o ângulo entre a direção da carga externa aplicada e o lado dos corpos de prova foi considerado. A Figura 11 apresenta as tensões obtidas pelo dispositivo.

$$\tau = \frac{F \cdot \cos 31^\circ}{A} \quad (5)$$



**Figura 11.** Tensões cisalhantes obtidas pelo dispositivo de cubo simples para os corpos de prova de aresta de 50 mm ± 0,5mm.

Observa-se pela Fig. 11, que caso seja possível monitorar as deformações do corpo de prova, utilizando extensômetros elétricos ou outra técnica, o módulo de elasticidade transversal pode ser facilmente determinado.

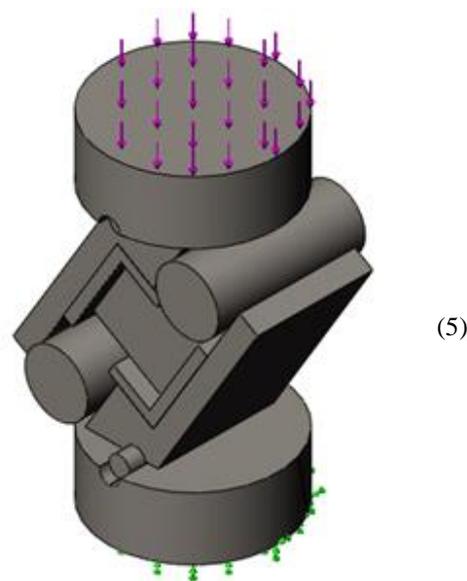
### Modelagem Numérica

O dimensionamento do dispositivo foi feito para que a carga de compressão atuante sobre ele não gerasse deformação plástica ou elástica, fato este que poderia ocasionar interferências nos dados coletados durante a realização do ensaio.

Para tanto realizou-se a modelagem numérica, que teve como principal finalidade a verificação da distribuição das tensões a qual o dispositivo estaria solicitado e suas possíveis deformações. O software utilizado em tal análise foi o Solidworks versão 2012.

Para a realização da simulação numérica foi adotada uma carga de referência de 2000 N. A Figura 12 apresenta as cargas sobre o dispositivo de cisalhamento, onde as setas de cor rosa, na parte superior representam o sentido de aplicação da carga para o ensaio de cisalhamento e as setas de cor verde representam a reação base de apoio do dispositivo.

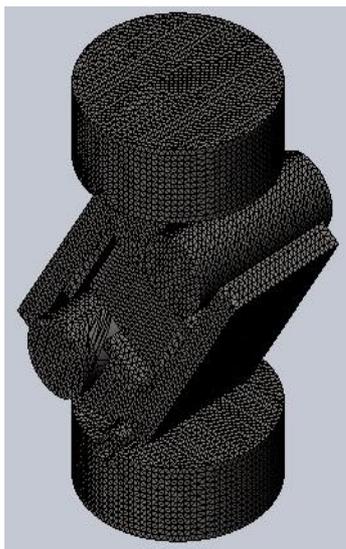
A Tabela 1 apresenta os parâmetros do software utilizados para a geração da malha de elementos finitos e a Figura 13 representa essa malha.



**Figura 12.** Carga e reação atuantes

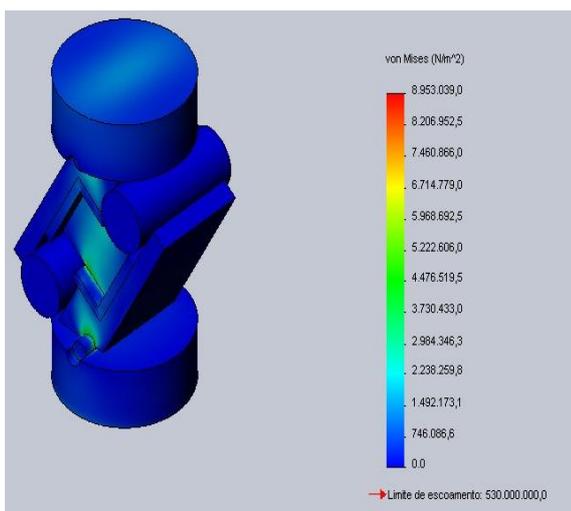
**Tabela 1.** Dados da Malha

Tipo de malha	Malha sólida
Gerador de malhas usado:	Malha padrão
Incluir loops de malha automáticos:	Ativada
Pontos Jacobianos	29 Pontos
Tamanho do elemento	2.39668 mm
Tolerância	0.250562 mm
Qualidade da malha	Alta
Total de nós	408562
Total de elementos	283937
Proporção máxima	58.359
% de elementos com Proporção < 3	99.5
% de elementos com Proporção < 10	0.0285
% de elementos distorcidos(Jacobiana)	0



**Figura13.** Malha

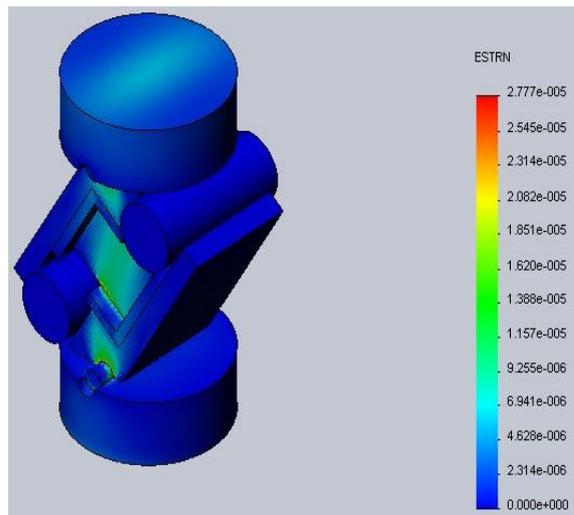
A Figura 14 apresenta a distribuição das tensões de Von Mises no dispositivo de cisalhamento.



**Figura14.** Distribuição de tensões

Verifica-se por meio desta distribuição de tensões que a maior tensão atuante é de 8,95 MPa, valor bem inferior ao limite de escoamento do material que é de 530 MPa. Por esse resultado é possível afirmar que carregamentos superiores à 2000 N podem ser aplicados sem comprometimento do dispositivo, sendo necessário verificar durante a realização dos ensaios a estabilidade do mesmo.

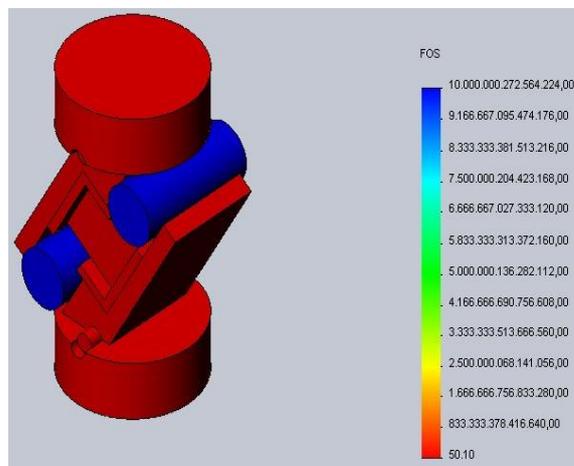
A Figura 15 apresenta a distribuição da deformação no dispositivo.



**Figura15.** Deformação

Pela distribuição de deformação, constata-se que o maior valor da deformação é de  $2,77 \times 10^{-5}$  mm, valor ínfimo, que não compromete a integridade do equipamento e não promove interferência nos resultados dos ensaios realizados pelo dispositivo.

A Figura 16 apresenta a distribuição dos valores do fator de segurança no dispositivo de cisalhamento.



**Figura16.** Fator de segurança

O menor valor do coeficiente de segurança observado na simulação é de 50,1, valor mais que suficiente para garantir que o dispositivo de cisalhamento não falhe.

## CONCLUSÃO

Após análise dos resultados, conclui-se que o dispositivo de cubo simples fabricado demonstrou ser aplicável para a determinação de tensões cisalhantes em corpos de prova constituídos de materiais anisotrópicos. Para estes testes iniciais não houve o interesse de determinar a tensão cisalhante última, de modo que o carregamento foi aplicado dentro do regime elástico do material.

Observou-se também, que o dispositivo também é capaz de aferir o módulo de elasticidade transversal, desde que seja possível monitorar as deformações atuantes.

Com a simulação numérica pode se observar que as tensões e deformações atuantes sobre o dispositivo não comprometem a confiabilidade do ensaio.

Este trabalho encontra-se em continuidade e novos testes serão realizados utilizando materiais diversos, a fim de confrontar com resultados obtidos na literatura e com os ensaios tradicionais para determinação de tensões cisalhantes.

## REFERÊNCIAS

- ASTM D 143-52, 1981, Standard methods of testing small clear specimens of timber. Philadelphia (PA): American Society for Testing and Materials, pp.31.
- Berard, P.; Yang P. Yamauchi h., Umemura K.; Kawai S., 2006, Modeling of cylindrical LVL; Finite elements models of a flat interlocked LVL and a comparison of standard and non standard testing methods in the elastic domain. IN Dai C. editor. Proceeding of the 2<sup>nd</sup> international symposium on veneer processing and products, Vancouver, British Columbia, Canada, pp 428-435
- Cowin, S. C ,1979, "On the Strength Anisotropy of Bone and Wood," Journal of Applied Mechanics, ASME Transactions, Vol. 46, No. 4, pp. 832-837.
- Hassel, B.I, Berard, P., Modén, C.S., Berglund, L.A., 2009, The single cube apparatus for shear testing – Full-field strain data and finite element analysis of wood in transverse shear, v. 69, pp. 877-882
- Liu, J. Y. and Floeter , L. H., 1984, SHEAR STRENGTH IN PRINCIPAL PLANE OF WOOD, Eng. Mech..v, 110, pp. 930-936.
- Seichepine J.L.,1980, Mise au point d'une méthode expérimentale destine à l'identification de La matrice des complaisances élastiques de solides anistropes. Application au bois. Thesis, Nancy. France,
- Tsai, S. W., and Wu, E. M., 1971, "A General Theory of Strength for Anisotropic Materials," Journal of Composite Materials, Vol. 5, pp. 58-8
- Vittecoq E, Degallaix-Moreuil S, Degallaix G., 2001, Cisaillements interet intralaminaires de composites verre/époxyde unidirectionnel. Revue des Composites et des Matériaux avancés, Hermès SC. Pub., v.11, pp. 303-322.

## DECLARAÇÃO DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho.